

3. レーザー発振の原理

レーザーの特性

- ①強度が強い
- ②指向性がよい
- ③コヒーレンス（可干渉性）がよい

レーザー発振の条件

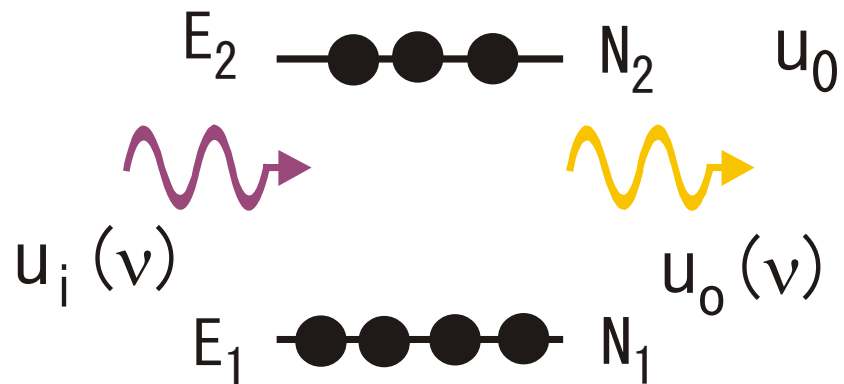
- ①発光をともなう二準位間の遷移がある
- ②上記の準位間に反転分布が形成される
- ③フィードバック機構を有する共振器が存在する

LASER:

Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

(放射の誘導放出による光の増幅)

$$u_o(\nu) > u_i(\nu) \Rightarrow \text{少なくとも } N_2 > N_1$$


$$u_o(\nu) = B(N_2 - N_1)u_i(\nu) + AN_2$$

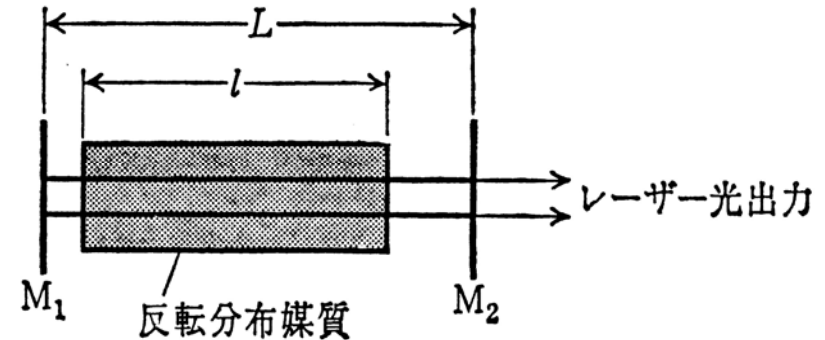
ただし、 $B_{21} = B_{12} = B$ 、 $A_{21} = A$

$$A = (8\pi h\nu^3 / c^3) B$$

反転分布 $N_2 > N_1$

熱平衡状態では
ボルツマン分布

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}}$$

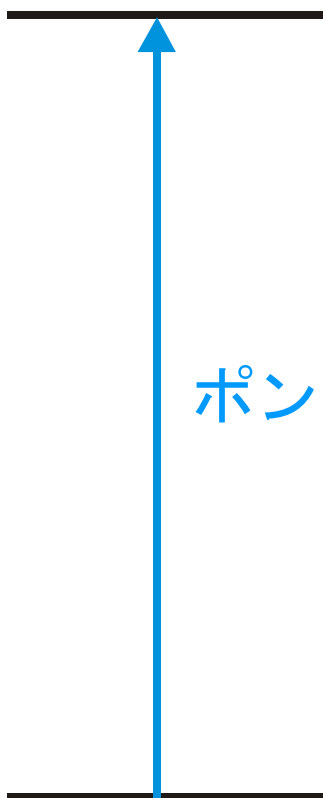


反転分布状態 ⇒ 負温度の状態

反転分布の形成 — ポンピング

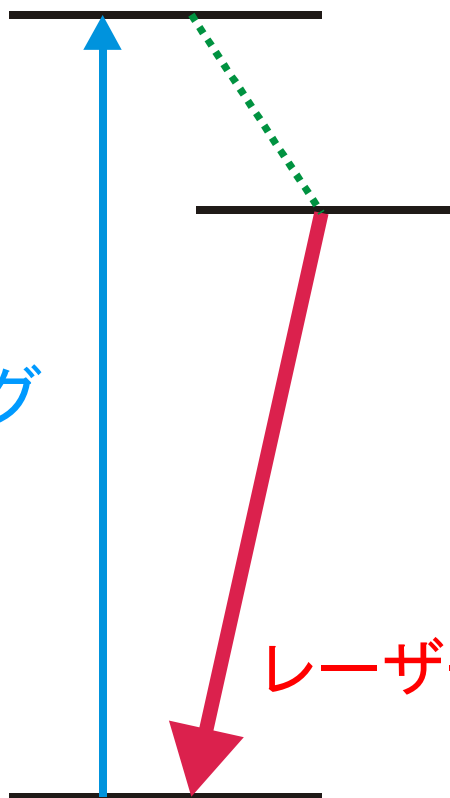
- 光ポンピング — 光励起
- 電子ポンピング — 放電
- 電流ポンピング — 電流(半導体レーザー)

二準位系



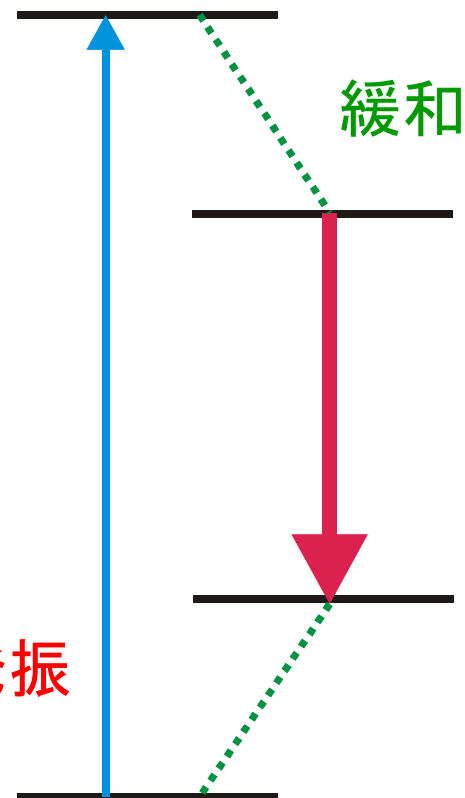
原理的に
難しい

三準位系



ルビーレーザー
He-Neレーザー

四準位系



Nd³⁺ YAGレーザー
炭酸ガスレーザー

レート方程式：三準位レーザー

Γ ：単位時間当たりのポンピングの確率

γ ：緩和速度（緩和定数）

緩和過程

— エネルギーの低い状態への遷移

放射過程

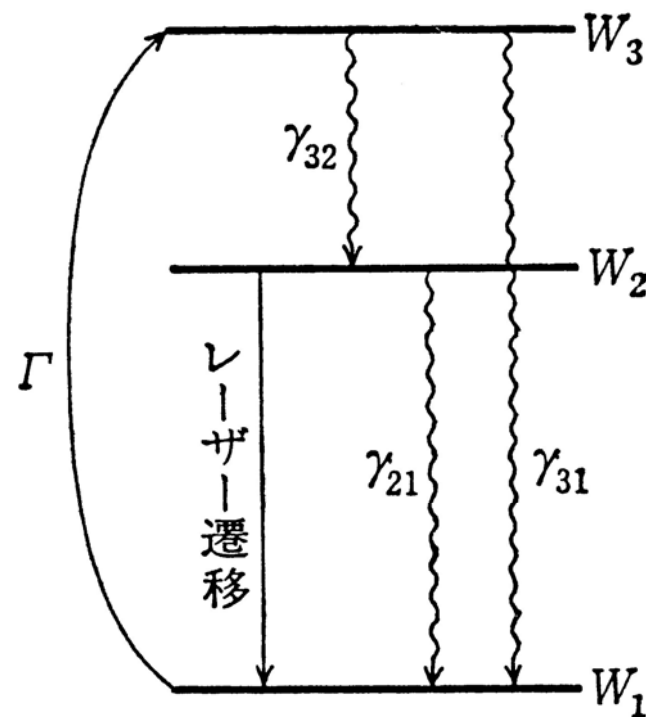
光を放出する

非放射過程

光を放出しない

分子の衝突（気体）

結晶との相互作用（固体）



緩和速度の逆数 — ケイ光寿命

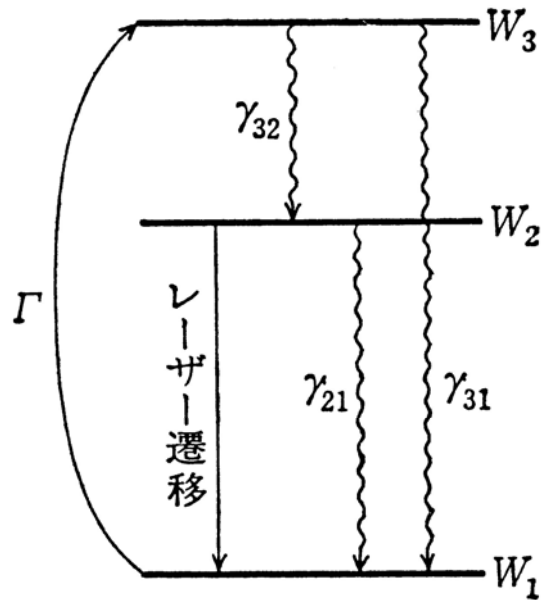
レート方程式

$$-\frac{dN_1}{dt} = -(\Gamma + \gamma_{12} + \gamma_{13})N_1 + \gamma_{21}N_2 + \gamma_{31}N_3$$

$$-\frac{dN_2}{dt} = \gamma_{12}N_1 - (\gamma_{21} + \gamma_{23})N_2 + \gamma_{32}N_3$$

$$-\frac{dN_3}{dt} = (\Gamma + \gamma_{13})N_1 + \gamma_{23}N_2 - (\gamma_{31} + \gamma_{32})N_3$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N \quad (\text{constant})$$



反転分布

仮定

① エネルギー間隔が $k_B T$ より大きい

② $\gamma_{12} \ll \gamma_{21}, \gamma_{13} \ll \gamma_{31}, \gamma_{23} \ll \gamma_{32}$

($\gamma_{12} \approx 0, \gamma_{13} \approx 0, \gamma_{23} \approx 0$)

$$N_1 = \frac{\gamma_{21}(\gamma_{31} + \gamma_{32})}{\gamma_{21}(\gamma_{31} + \gamma_{32}) + (\gamma_{21} + \gamma_{32})\Gamma} N$$

$$N_2 = \frac{\gamma_{32}\Gamma}{\gamma_{21}(\gamma_{31} + \gamma_{32}) + (\gamma_{21} + \gamma_{32})\Gamma} N$$

$$\Gamma > \gamma_{21} \left(1 + \frac{\gamma_{31}}{\gamma_{32}} \right) \text{ なら、 } N_2 > N_1$$

弱い励起で反転分布を作るには

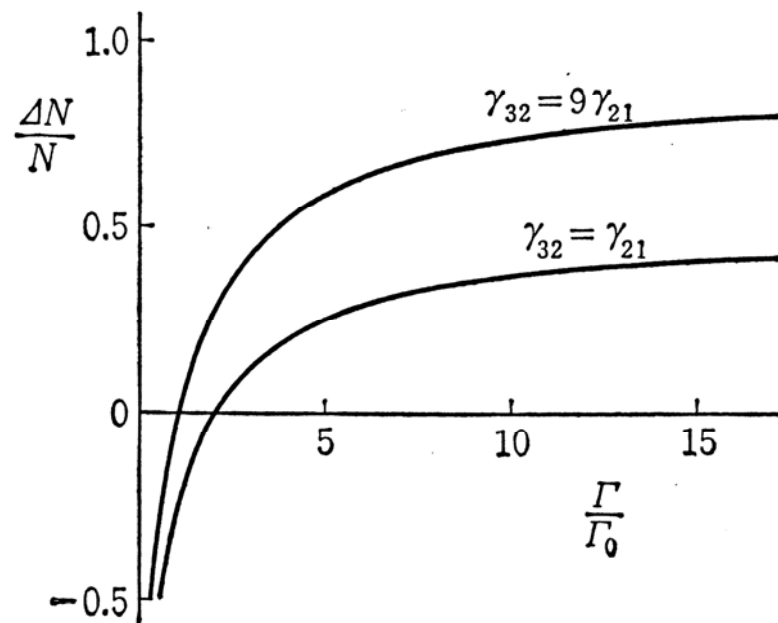
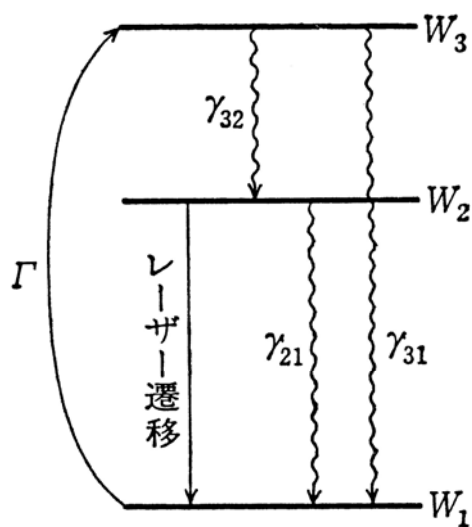
① レーザー遷移の上準位から下準位への緩和が遅い

② 最初に励起される準位からレーザー上準位への緩和が速い

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\gamma_{32} \Gamma - \gamma_{21} (\gamma_{31} + \gamma_{32})}{\gamma_{21} (\gamma_{31} + \gamma_{32}) + (\gamma_{21} + \gamma_{32}) \Gamma}$$

ただし、 $\Delta N = N_2 - N_1$

$$\lim_{\Gamma \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{N} = \frac{\gamma_{32} N}{\gamma_{21} + \gamma_{32}} = \frac{N}{1 + \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{32}}}$$



レーザー増幅

パワーは振幅の自乗に比例

長さ z の媒質によるパワー増幅度

G : 利得 (利得定数)

$$e^{-2\alpha z} = e^{Gz}$$

$$G = \Delta N \frac{h\nu}{c} B(\nu) = \Delta N \sigma(\nu)$$

$$G = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \frac{8\pi^3 \nu}{3\varepsilon_0 c h} |\mu_{21}|^2 g(\nu)$$

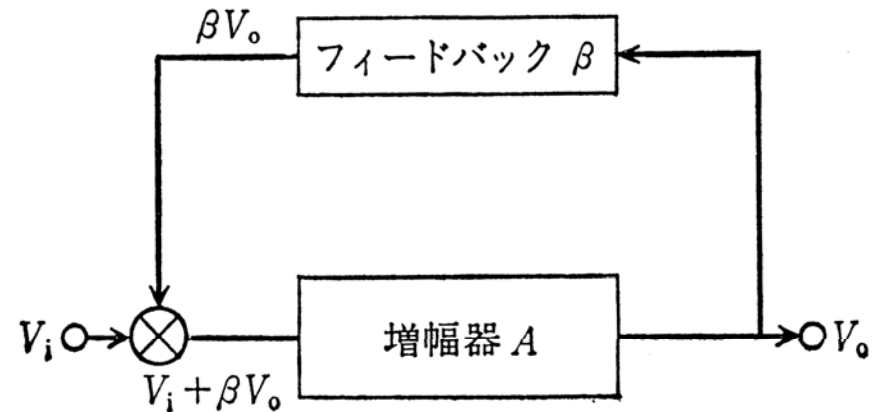
g_1, g_2 : 上準位と下準位の縮重度

レーザー発振の条件

フィードバック増幅器

$$V_o = A(V_i + \beta V_o)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - \beta A}$$



増幅器に正のフィードバックをかけると増幅度が大きくなるが、ある条件で不安定となり発振状態する。一般に、増幅器から取り出せるエネルギーは有限で、増幅率は飽和する。

定常発振：一定振幅の発振が続く

緩和発振：振幅が増減し、周波数が変化し続ける

カオス：振幅と周波数が不規則に変動する

定常発振

共振器往復での

利得 : $A^2 = e^{2Gl}$ 、フィードバック : $\beta = \sqrt{R_1 R_2} e^{i\theta}$

反射率 : R_1, R_2 、媒質の長さ : l 、利得定数 : G

$$\beta A = 1, \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad Gl + \frac{1}{2} \ln R_1 R_2 = 0$$

一般的には、反射鏡以外の損失 ($K < 1$) と等価的パワー
吸収定数 ($L_{\text{eff}} = -\frac{1}{2l} \ln K$) を用いて、

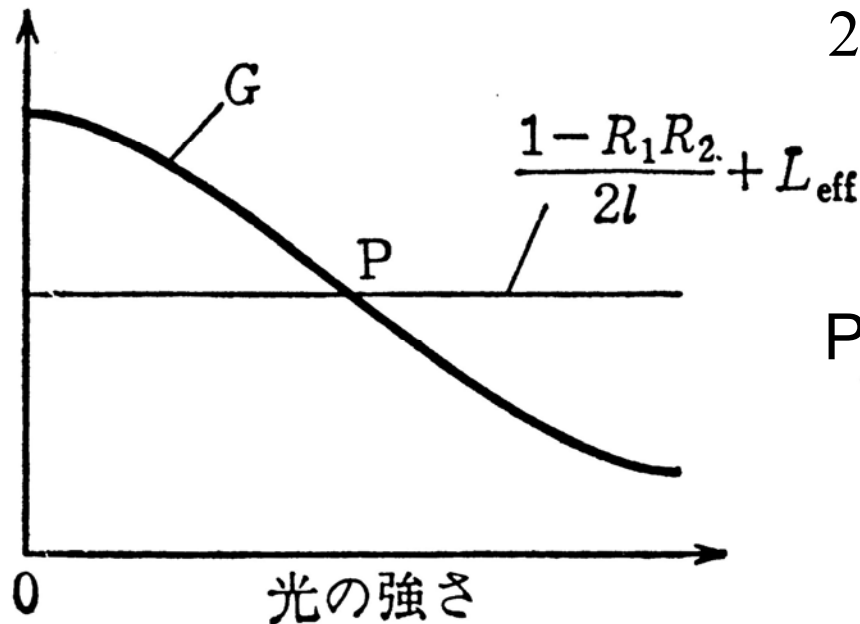
$$(G - L_{\text{eff}})l + \frac{1}{2} \ln R_1 R_2 = 0$$

$$G \approx \frac{1 - R_1 R_2}{2l} + L_{\text{eff}}$$

レーザー発振のためのししきい値
定常的発振時の値

$$\Delta N_{th} = \frac{c}{h\nu B(\nu)} \left(\frac{1 - R_1 R_2}{2l} + L_{eff} \right)$$

$$= \frac{3\varepsilon_0 c h}{2\pi |\mu_{21}|^2} \frac{\Delta\nu}{\nu} \left(\frac{1 - R_1 R_2}{2l} + L_{eff} \right)$$



P : 利得と損失の
釣り合う点

共振器のQ値

$$Q_c = 2\pi\nu \frac{W}{P_L}$$

W : 共振器内に蓄えられたエネルギー

P_L : 損失パワー

反射以外の損失を無視できれば

$$P_L = \frac{c(1 - R_1 R_2)}{2} U$$

$$Q_c = \frac{4\pi\nu L}{c(1 - R_1 R_2)}$$

$$\Delta N_{th} = \frac{c(1 - R_1 R_2)}{2h\nu B(\nu)L} = \frac{1}{Q_c B(\nu)} \frac{2\pi}{h\nu}$$

U : 共振モード中のエネルギー密度

L : 反射鏡の間隔

レーザー発振の原理

終り